الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	تمارين: تطبيقية – للدعم والتثبيت **مبادئ في المنطق**	مستوى الدراسي: الأولى علوم تجريبية

تمرين1 حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

1) 114516 مضاعف للعدد 4
2) الإزاحة تحافظ على المسافة بين نقطتين
3) جميع المستقيمات المتعامدة في الفضاء متقاطعة
4) مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي
5) $\left((-2)^2=4\right)$ و $\left(\sqrt{4}=-2\right)$
6) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\succ 3\right)$ أو $\sqrt{2}\in Q$
7) $\left(\pi^2\geq 10\right)$ و $\left(4-\pi\succ 0\right)$
8) (a عدد فردي $\Rightarrow$ a عدد أولي) $a\in\mathbb{N}$
9) $\left(a\in\mathbb{R}\right)$ $(a\prec -1\Rightarrow a\prec 0$)
10) $\left(a\in\mathbb{R}\right)$ $(a\geq 0$ و $a\leq 0\Rightarrow a=0$)
11) $\left(a\in\ \mathbb{R}^+\right)$ $(a^2=3\Leftrightarrow a=\sqrt{3}$)
12) $\left(a\in\mathbb{R}\right)$ $(a^2=4\Leftrightarrow a=2$)
13) $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);\left(\exists n\in\mathbb{N}\right)/n\succ x$
14) $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);-1\leq\sin x\leq 1$
15) $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);x^2\succ 0$
16) $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right);2^n>5(n+1)$
17) $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)(n^2+1$ عدد زوجي)
18) $\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right);x^2+y^2\succ 0$

تمرين2 أوجد العبارات النافية للعبارات الآتية :

1) $\left((-2)^2=4\right)$ و $\left(\sqrt{4}\geq -1\right)$
2) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\succ 3\right)$ أو $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$
3) $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right);2^n\succ 5(n+1)$
4) $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);x^2\succ 0$
5) $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);\left(\exists n\in\mathbb{N}\right)/n\succ x$
6) $\left(\exists p\in\mathbb{Z}\right);p(p-1)\leq 1$
7) $\left(\exists x\in\mathbb{R}\right);x<2\Rightarrow x^2>2015$

تمرين3: نعتبر العبارة (P) :

$\left(\forall y\in\mathbb{R}\right);\left(\exists x\in\mathbb{N}\right)/x^2+xy+y^2=0$

1) حدد نفي العبارة (P)
2) بين أن العبارة (P) خاطئة

تمرين4: أتمم بالروابط المنطقية (أو و $\Rightarrow$ $\Leftarrow$ $\Leftrightarrow$)

1) $x\in A\cup B\Leftrightarrow x\in A\ldots\ldots x\in B$
2) $x\in A\cap B\Leftrightarrow x\in A\ldots\ldots x\in B$
3) $x\in R;x^2=4\ldots\ldots x=2$

4) $(x\in\mathbb{R})\ x=y\ \ldots\ldots x\prec y\ldots\ldots x\leq y$ $(y\in\mathbb{R})$

تمرين5 ليكن $x\in\mathbb{R}$

بين أن : $2\prec x\prec 4\Rightarrow\frac{1}{3}\prec\frac{1}{x-1}\prec 1$

تمرين6 ليكن $x\in\mathbb{R}$

بين أن : $-2\prec x\prec\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{12}{3}\prec\frac{-3x+5}{x+4}\prec\frac{11}{2}$

تمرين7 بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^+\ \ \frac{1}{1+\sqrt{x}}=1-\sqrt{x}\Rightarrow x=0$

تمرين8 بين باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس أن :

1) $\forall x\in\mathbb{R}^+\ \left(x\neq 4\Rightarrow\sqrt{x}-1\neq\frac{x}{4}\right)$

2) $\left(x\neq y\right.$ و $\left.x\in\mathbb{R}\right.$ و $\left.y\in\right.$ $\left.\Rightarrow\left(\frac{x}{x^2+x+1}\neq\frac{y}{y^2+y+1}\right)\right.$

$(x\times y\neq 1$)

3) $\left(x\in\mathbb{R}\right)\ \left(x\neq -8\Rightarrow\frac{x+2}{x+5}\neq 2\right)$

4) $x\in]1;+\infty[$ و $y\in]2;+\infty[$

$(x\neq y)\Rightarrow\left(x^2-3x\neq y^2-3y\right)$

تمرين9 بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن :

$\forall x\in\mathbb{R}\ \ \frac{x^2-1}{x^2+1}\neq 1$

تمرين10 $n\in\mathbb{N}$ بين باستعمال الاستدلال بالخلف أنه :

إذا كان n^2 عددا زوجيا فان n عدد زوجي .

تمرين 11 P و Q مستويان متقاطعان وفق مستقيم (D)

A و B نقطتان مختلفتان من P بحيث المستقيم (AB) يقطع (D) في نقطة وحيدة I .

لتكن J نقطة من Q لا تنتمي إلى (D)

بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن :

المستويين ABJ و Q غير منطبقين

تمرين12 باستعمال الاستدلال بفصل الحالات .

$(E):|2x-6|-x+1=2$

تمرين13:

بين باستعمال الاستدلال بالتكافؤ أنه: $\forall x\in\mathbb{R}$ و $\forall y\in\mathbb{R}$

$\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}=2\Leftrightarrow x=y=0$

تمرين14: لتكن f دالة تزايدية قطعا على مجال I

و a و b عنصرين من I

بحيث $f(a)=b$ و $f(b)=a$ بين أن : $a=b$.

تمرين15

بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

1) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1+2+3+.....+n = \frac{n(n+1)}{2}$

2) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1^2+2^2+3^2+.....+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1^3+2^3+3^3+.....+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

4) $\forall n \in \mathbb{N}^* : \frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

5) $\forall n \in \mathbb{N}\ \ 1+2^2+2^2+2^3+.....+2^n = 2^{n+1}-1$

6) $\forall n \in \mathbb{N}\quad 3^n \geq 2n+1$

7) $n(n^2+11)$ يقبل القسمة على 6 مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

8) n^3+2n يقبل القسمة على 3 مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

9) 10^n-1 مضاعف للعدد 9 مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

10) $\forall n \geq 4\quad 2^n \geq n^2$

تمرين16: نضع : $\forall n \in \mathbb{N}^*\quad A_n = 3^{2n}-2^n$

1) تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N}^*\quad A_{n+1} = 2A_n + 7\times3^{2n}$

2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن : A_n مضاعف للعدد 7 $\forall n\in\mathbb{N}^*$

تمرين17 بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

1) $\forall n \in \mathbb{N} : 1+5^1+5^2+5^3+.\quad +\ ^n = \frac{5^{n+1}-1}{4}$

2) $\forall n \in \mathbb{N} : 1+3^1+3^2+3^3+.\quad +\ ^n = \frac{3^{n+1}-1}{4}$

تمرين18 ليكن a عددا حقيقيا موجبا

1. بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n \in \mathbb{N} : (1+a)^n \geq 1+na$

2. استنتج مايلي :

a. $\forall n \in \mathbb{N};\ 2^n \geq 1+n$

b. $\forall n \in \mathbb{N};\ 3^n \geq n$

c. $\forall n \in \mathbb{N};\ (1+n)^n \geq 2n^n$

تمرين19: بين أن : n^2+n عدد زوجي مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

تمرين 20: ليكن x و y عددين حقيقيين.

بين أن: $x \neq y \Rightarrow (x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1)$

تمرين 21: ليكن a و b عددين حقيقيين من المجال $]-1;1[$

بين أن: $-1 < \frac{a+b}{1+ab} < 1$

تمرين 22: بين أن العبارة $\left(\forall x \in \mathbb{R}^*\right) x+\frac{1}{x} \geq 2$ خاطئة.

تمرين 23: بين أن: $\left(\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2\right) a^2+b^2=0 \Rightarrow a=0$ و $b=0$

ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين.

1. بين أن: $\left(x+y+2 = 2\sqrt{x}+2\sqrt{y}\right) \Rightarrow x=y=1$

تمرين24: بين أن: $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)$, $(4^n+6n-1$ يقسم $9)$

تمرين 25: بين أن: $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)$, $3^{2n}+2^{6n-5}$ يقسم 11

تمرين 26: بين أن: $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)\left(n \geq 5 \Rightarrow 2^n > n^2\right)$

تمرين 27: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}^*$.

$$\frac{1^2}{1\times3}+\frac{2^2}{3\times5}+\frac{3^2}{5\times7}+\cdots+\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

تمرين28: نعتبر العبارة (P) :

$$\forall x \in [0;2]; \forall y \in \left[\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right]; xy-x+2y-1=0$$

1) حدد نفي العبارة (P)

2) بين أن العبارة (P) صحيحة

تمرين29: حدد قيمة حقيقة العبارات التالية::

$(P)\ \forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; y = 2x+1$

$(Q)\ \forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{R}; x = 2y+1$

تمرين30: $\left(x \in \mathbb{R}^*\right);\left(y \in \mathbb{R}^*\right)$ نعتبر العبارتين التاليتين :

$(P)\ ; 2x+4y=1$ و $(Q)\ ; \frac{1}{x^2+y^2} \leq 20$

بين أن : $(P) \Rightarrow (Q)$

تمرين31: بين أن : $\forall x \in [-2;2]; \sqrt{4-x^2}-x \leq 2\sqrt{2}$

تمرين32: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات .

$$3-2|x-4| = 2x+5$$

تمرين33: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}^*$.

$$1\times2+2\times3+3\times4+4\times5+....+n\times(n+1) = \frac{1}{3}n\times(n+1)\times(n+2)$$

تمرين34: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}$.

$b_n = 4^{2n+2}-1$ يقبل القسمة على 15

تمرين35: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}$.

n^3-n يقبل القسمة على 6

تمرين36: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}$.

$$1+2^1+2^2+2^3+2^4+...+2^n = 2^{n+1}-1$$